Modelarea comportamentului consumatorilor: elemente operaționale

Consumer's Behavior Modelling – Operational Aspects

Autori: Nora Mihail
Iuliana Cetină

Rezumat: Articolul prezintă o categorie de modele de consum care arată modul în care cheltuielile de consum ale unei gospodării sunt legate de venitul disponibil realizat de această gospodărie şi de rata dobânzii de pe piața financiară. Deoarece venitul ca şi cheltuielile de consum se realizează în decursul timpului, astfel de modele dinamice de consum se mai numesc şi **modele de consum intertemporal**, punându-se astfel în evidență faptul că venitul disponibil realizat la un anumit moment de timp poate fi utilizat pentru consum la un moment de timp viitor, în timp ce decizia de consum luată la un moment de timp curent poate să țină seama de venitul care va fi realizat în viitor.

Cuvinte cheie: modele de consum intertemporal, restricție de buget, condiție de transversalitate, mecanism de reglare, efect sinergic.

Key words: model of inter-temporal consume, budget restriction, transversality condition, synergic effect, systemic approach.

Pentru a putea consuma, un individ are nevoie de un anumit venit, care poate să provină din avuția acumulată anterior (venituri din proprietate) sau din veniturile salariale pe care le realizează în prezent. Legătura dintre venit şi consum la diferite momente de timp este făcută cu ajutorul restricțiilor bugetare. Există mai multe forme de astfel de restricții bugetare pe care le vom analiza în continuare.

Să considerăm, astfel, următoarea **restricție de buget**:

$$a_t = (1+r)\, a_{t-1} + y_t - c_t = (1+r)\, a_{t-1} + s_t \qquad (1)$$

unde am notat cu:

- a_t – avuția acumulată până la momentul t;
- r – rata dobânzii (considerată constantă);
- y_t – venitul disponibil realizat la momentul t;
- c_t – cheltuielile de consum la momentul t;
- $s_t = y_t - c_t$ economisirea realizată la momentul t.

Relația (1) vrea să sugereze faptul că individul începe fiecare perioadă având o avuție ce provine din perioada anterioară, primeşte un venit (din salarii) egal cu y_t, consumă c_t şi restul economiseşte.

De notat că y_t exclude venitul provenind din deținerea de active financiare şi reale (deci include numai venitul din muncă) care este dat de termenul r a_{t-1}. Există şi alte posibilități de a scrie restricția de buget. Astfel, această relație mai poate fi scrisă:

$$a_t = (1 + r)\,(a_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1})$$

sau

$$a_t = (1 + r)\,a_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}$$

fiecare dintre acestea având o justificare economică.

Versiunea statică a restricției bugetare este:

$$y_t = c_t \tag{2}$$

Totuşi, o versiune dinamică a relației de tip (2) poate fi scrisă în cazul modelelor de consum cu două sau mai multe perioade în care valoarea actuală a venitului este egală cu valoarea actuală a consumului dacă se consideră durata întregii vieți. Dacă extindem restricția de buget la trei perioade de timp, obținem:

$$a_t = s_t + (1+r)\,[(1+r)\,a_{t-2} + s_{t-1}] = s_t + (1+r)\,s_{t-1} + (1+r)^2\,a_{t-2}$$

De aici putem scrie:

$$a_t = \sum_{i=1}^{\infty}(1+r)^i\,s_{t-i} \tag{3}$$

presupunând că $\lim\limits_{i\to\infty}(1+r)^i\,a_{t-i} = 0$, ceea ce este adevărat dacă $a_{t-i} \to 0$. Aceasta înseamnă că după un număr de ani, avuția acumulată până la un moment de timp dat este în întregime consumată.

Dacă se presupune, de exemplu, că individul începe viața cu o avuție egală cu zero, această condiție este în mod necesar îndeplinită.

O altă modalitate de a obține relația de legătură dintre avuție şi economisire este rezolvarea directă a ecuației cu diferențe (1). Aceasta conduce la:

$$a_t = a_{t+1}\,(1+r)^{-1} - s_{t+1}(1+r)^{-1} = -\,s_{t+1}(1+r)^{-1} - s_{t+2}(1+r)^{-2} - \ldots$$

de unde:

$$a_t = -\sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}\,s_{t+j} \tag{4}$$

presupunând, acum, că $\lim\limits_{j\to\infty}(1+r)^{-j}\,a_{t+j} = 0$, ceea ce este, de asemenea, evident. O astfel de condiție mai este denumită şi **condiție de transversalitate**.

Cum pot fi interpretate condițiile (3) şi (4) ? O versiune dinamică a echilibrului bugetar este:

$$VA\,(\{y_t\}) = VA\,(\{c_t\}) - a_t \tag{5}$$

unde am notat cu VA operatorul de valoare actuală. Din relația (5) obținem imediat că:

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty}(1+r)^{-i}y_{t+i}=\sum_{i=-\infty}^{\infty}(1+r)^{-i}c_{t+i} \tag{6}$$

relație care arată că veniturile realizate de-a lungul unui ciclu de viață sunt utilizate pentru a susține consumul de-a lungul întregii vieți. Altfel spus, un individ consumă tot ceea ce realizează ca venit de-a lungul întregii sale vieți. În acest mod, se asigură condiția ca avuția inițială a fiecărui individ să fie egală cu zero. Chiar dacă un individ moştenește o avuție, aceasta poate fi considerată ca un venit realizat într-un anumit an al vieții sale, de exemplu la majorat.

2. Un model de consum intertemporal cu contribuții la fondul de pensii

Ca exemplu, putem prezenta un model de consum intertemporal cu contribuții la fondul de pensie, unde putem să considerăm un consumator care se angajează (începe să realizeze venituri) în anul t, se pensionează în anul ν (ν > t) şi trăieşte până în anul T.

Se pune problema determinării nivelelor optime de consum în fiecare an τ (t< τ <T) astfel încât satisfacția consumatorului (utilitatea consumului său) să fie maximă în condițiile în care cheltuielile sale de consum nu depăşesc veniturile realizate. În perioada activă presupunem că aceste venituri provin din salariu, din care, pe lângă consum, se depune o parte la fondul de asigurări sociale şi fondul de pensii. În perioada de pensie, veniturile destinate consumului provin din fondul de pensii şi asigurări sociale.

Problema de optimizare a consumului intertemporal în acest caz se scrie:

$$\begin{cases} \max\limits_{\{c_\tau\}} U(c_\tau) = \sum\limits_{\tau=t}^{T}(1+r)^{t-\tau}\dfrac{1}{1-\gamma}c_\tau^{1-\gamma} \\ \text{în condițiile:} \\ \sum\limits_{\tau=t}^{T}(1+r)^{t-\tau-1}c_\tau = a_t + y\sum\limits_{\tau=t}^{T}(1+r)^{t-\tau-1}\delta_\tau(1-\delta_\tau) \end{cases}$$

Aici r este rata dobânzii; funcția de consum $\frac{1}{1-\gamma}c_\tau^{1-\gamma}$ este de tip Bernoulli cu parametrul $0 < \gamma < 1$; a_t este avuția deținută de consumator la momentul t; y este venitul mediu anual realizat de consumator din salariu.

În ceea ce priveşte mărimile δτ şi ρτ, acestea sunt definite în modul următor:

$$\delta\tau = \begin{cases} 1, & 0 < \tau \le \nu \\ \delta, & \nu < \tau \le T \end{cases}$$

reprezintă ponderea venitului anului τ în venitul mediu anual din salariu y. Se observă că în perioada vieții active întreg venitul anului τ intră în determinarea venitului mediu în timp ce după pensionare această pondere se reduce la δ care arată ce procent din venitul mediu anual mai primeşte consumatorul după ce s-a pensionat.

$$\rho_\tau = \begin{cases} \rho, & 0 < \tau \le \nu \\ 0, & \upsilon < \tau \le T \end{cases}$$

Aici ρ reprezintă rata prelevărilor din venitul anual la fondul de pensii şi asigurări sociale(o vom considera constantă). În perioada vieții active, consumatorul plăteşte un procent ρ din venit la fondul de pensii şi asigurări sociale, restul de 1- ρ va fi utilizat pentru consum. De aici rezultă că :

$$1-\rho_\tau = \begin{cases} 1-\rho, & 0 < \tau \le \nu \\ 1, & \nu < \tau \le T \end{cases}$$

arată că consumatorul plăteşte o parte 1- ρ în timpul vieții active la fondul de asigurare socială şi de pensii ($0 < \tau \le \nu$) şi nu mai plăteşte nimic după pensionare. Aşadar, în perioada vieții active, indivizii (consumatorii) plătesc $y \cdot \rho \cdot \nu$ din venit pentru asigurări sociale şi pensii. După pensionare, aceştia primesc înapoi $y \cdot \delta\, (T-\nu)$ din aceste fonduri.

La echilibru, cele două sume trebuie să fie egale, deci:

$$y \cdot \rho \cdot \nu = y \cdot \delta\, (T-\nu)$$

de unde:

$$\rho \cdot \nu = \delta T - \delta \nu \Rightarrow \delta\, (T-\nu) = \rho \cdot \nu$$

sau:

$$\delta = \rho \frac{\upsilon}{T-\upsilon}$$

Dacă înlocuim în model valoarea lui δ dată de această relație, avem:

$$P_1: \begin{cases} \max\limits_{\{c_\tau\}} U(c_\tau) = \sum\limits_{\tau=t}^{T} (1+r)^{t-\tau} \dfrac{1}{1-\gamma} c_\tau^{1-\gamma} \\ \text{în condițiile:} \\ \sum\limits_{\tau=t}^{T} (1+r)^{t-\tau-1} c_\tau = a_t + y \sum\limits_{\tau=t}^{T} (1+r)^{t-\tau-1} (1-\rho) + y \sum\limits_{\tau=t}^{T} (1+r)^{t-\tau-1} \cdot \delta \end{cases}$$

deoarece, după cum se observă:

$$\delta\upsilon(1-\rho_\tau) = \begin{cases} (1-\rho)\cdot 1 & 0<\tau<\nu \\ \delta \cdot 1 & \nu \le \tau \le T \end{cases}$$

Pentru problema P_1, condițiile necesare de optim cer maximizarea Lagrangeanului, deci a funcției:

$$L(c_\tau;\lambda) \underset{=}{\Delta} \sum_{\tau=t}^{T}(1+r)^{t-\tau}\frac{1}{1+\gamma}c_\tau^{1-\gamma}-\lambda\left[a_t+y\sum_{\tau=t}^{\upsilon}(1+r)^{t-\tau-1}(1-\rho)+y\sum_{\tau=\upsilon+1}^{T}(1+r)^{t-\tau-1}\delta-\sum_{\tau=t}^{\upsilon}(1+r)^{t-\tau-1}c_\tau\right]$$

Ele sunt următoarele:

$$\frac{\partial L(c_\tau;\lambda)}{\partial c_\tau}=0$$

$$\frac{\partial L(c_\tau;\lambda)}{\partial \lambda}=0$$

La fel observăm că:

$$\sum_{\tau=t}^{\nu}(1+r)^{t-\tau-1}=\beta\frac{1-\beta^{\nu-t+1}}{1-\beta},$$

iar:

$$\sum_{\tau=\nu+1}^{T}(1+r)^{t-\tau-1}=\beta^{\nu-t+2}\frac{1-\beta^{T-\nu}}{1-\beta}$$

Înlocuim acum sumele astfel determinate în cea de a doua condiție şi obținem:

$$\beta\frac{1-\beta^{T-t+1}}{1-\beta}c_\tau=a_t+y(1-\rho)\beta\frac{1-\beta^{\nu-t+1}}{1-\beta}+y\cdot\delta\cdot\beta^{\nu-t+2}\frac{1-\beta^{T-\nu}}{1-\beta}$$

De aici, ținând cont şi de faptul că, la echilibru:

$$\delta=\rho\frac{\nu}{T-\nu}$$

obținem expresia care dă consumul optimal c_τ^*, $\tau\in[t,T]$, şi anume:

$$c_\tau^*=\frac{1}{1-\beta^{T-t+1}}\left\{ra_t+y\left[(1-\rho)-(1-\rho)\beta^{\nu-t+1}+\rho\frac{\nu}{T-\nu}\beta^{\nu-t+1}-\rho\frac{\nu}{T-\nu}\beta^{T-t+1}\right]\right\}$$

Acum, putem determina efectele pe care le au diferitele mărimi care intervin în relația de mai sus diferențiind total c_τ în raport cu aceştia. Avem:

$$dc=\frac{dc}{dr}\cdot dr+\frac{\partial c}{\partial a_t}da_t+\frac{\partial c}{\partial y}dy+\frac{\partial c}{\partial T}dT+\frac{dc}{d\nu}d\nu+\frac{\partial c}{\partial\rho}d\rho$$

Fiecare factor din partea dreaptă exprimă influența marginală pe care o are factorul respectiv în modificarea lui c cu o unitate.

De exemplu, $\frac{\partial c}{\partial a_t} = \frac{r}{1-\beta^{T-t+1}}$ arată cu cât creşte consumul dacă avuția creşte cu o unitate. Analiza poate continua în acelaşi fel pentru fiecare factor (*y, T, v, ρ*) în parte.

Bibliografie

Cătoiu, I., Teodorescu, N., (1997), *Comportamentul consumatorulu*", Editura Economică, Bucureşti.

Cetină I., (2001), *Marketing competitiv în sectorul serviciilor*, Editura Teora, Bucureşti.

Cetină I. şi Brandabur R., (2004), *Marketingul serviciilor - abordare teoretică şi studii de caz*, Editura Uranus, Bucureşti.

Day, R.H., (2004), *Complex Economic Dynamics Vol.1: An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanism*, Editura MIT Press, Cambridge, Massachussets, SUA.

Koutsouzanis, A., (2003), *Modern Microeconomics*, Editura Macmillan, Londra, Marea Britanie.

Mihail, N., (2004), Decizii de producție, Editura Economica, Bucureşti.

Mihail, N. şi Scarlat E., (2000), *Dinamică economică*, Editura Etape, Sibiu.

Scarlat E. şi Mihail N., (2003), Cibernetica sistemelor economice, Editura ASE, Bucureşti.

Varian, H.R., (1999), *Microeconomic Analysis*, Editura W.W.Norton, New York, SUA.